|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GD VÀ ĐT HUYỆN BỐ TRẠCHĐỀ THI HỌC SINH GIỎINĂM HỌC 2020-2021. MÔN: TOÁN 7 **Thời gian: 120 phút** |

**Câu 1.** ***(2 điểm)***

a) Tìm  biết : .

b) Tìm  biết : .

**Câu 2.** ***(2 điểm)***

a) Tính  tại  thoả mãn 

b) Cho 

và .

Tính .

**Câu 3.** ***(1.5 điểm)***

Số học sinh lớp  bằng  số học sinh lớp , số học sinh lớp  bằng  số học sinh lớp . Biết tổng  lần số học sinh lớp  và  lần số học sinh lớp  thì nhiều hơn  lần số học sinh lớp  là  em. Tính số học sinh mỗi lớp.

**Câu 4.** ***(1 điểm)***

Cho là ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng:.

**Câu 5.** ***(2.75 điểm)***

Cho tam giác  cân tại , trên cạnh  lấy điểm (khác  và ). Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với  cắt tại . Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với  cắt đường thẳng tại ,  cắt  tại .

a) Chứng minh .

b) Chứng minh , .

c) Gọi  là giao điểm của đường phân giác góc  và đường thẳng vuông góc với  tại . Chứng minh . Từ đó suy ra điểm  cố định.

**Câu 6.** ***(0.75 điểm)***

Cho tam giác cân tại . Trên cạnh  lấy điểm , trên cạnh  lấy điểm  sao cho . Chứng minh .

🙢**HẾT**🙠

|  |  |
| --- | --- |
|  | PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN BỐ TRẠCHĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 7NĂM HỌC 2020-2021MÔN: TOÁN 7 |

## 🕮☞ HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ☜🕮

**Câu 1.** ***(2 điểm)***

a) Tìm  biết : .

b) Tìm  biết : .

**Lời giải**

a) Điều kiện: 



Nên  (thỏa mãn)

Thay  vào biểu thức trên ta có

 (thỏa mãn)

Vậy ;.

b) Ta thấy vế trái không âm nên vế phải không âm.

Do đó 













Vậy .

**Câu 2.** ***(2 điểm)***

a) Tính  tại  thoả mãn 

b) Cho 

và .

Tính .

**Lời giải**

a) Vì với mọi .

với mọi 

Nên  với mọi .

Để thì :



Thay và  vào biểu thức đã cho ta có:



Vậy  khi  và .

b) Ta có











Do đó 

Vậy .

**Câu 3.** ***(1.5 điểm)***

Số học sinh lớp  bằng  số học sinh lớp , số học sinh lớp  bằng  số học sinh lớp . Biết tổng  lần số học sinh lớp  và  lần số học sinh lớp  thì nhiều hơn  lần số học sinh lớp  là  em. Tính số học sinh mỗi lớp.

**Lời giải**

Gọi số học sinh của ba lớp  lần lượt là :  (học sinh) với .

Vì số học sinh lớp  bằng  số học sinh lớp  nên .

Vì số học sinh lớp  bằng số học sinh lớp  nên 

Vì tổng  lần số học sinh lớp  và  lần số học sinh lớp  thì nhiều hơn  lần số học sinh lớp  là  em nên 

Từ suy ra  (1)

Từ suy ra  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra



Do đó

 (thỏa mãn)

 (thỏa mãn)

 (thỏa mãn)

Vậy lớp  có  học sinh, lớp  có  học sinh, lớp có  học sinh.

**Câu 4.** ***(1 điểm)***

Cho là ba cạnh của tam giác. Chứng minh rằng: .

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có



Cộng vế với vế ta có: 

. Từ đó ta có điều phải chứng minh.

**Câu 5.** ***(2.75 điểm)***

Cho tam giác  cân tại , trên cạnh  lấy điểm ( khác  và ). Trên tia đối của tia  lấy điểm  sao cho . Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với  cắt tại . Từ  kẻ đường thẳng vuông góc với  cắt đường thẳng tại ,  cắt  tại .

a) Chứng minh .

b) Chứng minh , .

c) Gọi  là giao điểm của đường phân giác góc  và đường thẳng vuông góc với  tại . Chứng minh . Từ đó suy ra điểm  cố định.

**Lời giải**



a) Vì  cân tại nên 

Mà  (hai góc đối đỉnh)

Nên  hay 

Xét và có



 (giả thiết)



Vậy (g.c.g)(hai cạnh tương ứng).

b) Xét và có:



 (chứng minh trên)

 (hai góc so le trong do  vì cùng vuông góc với ).

Vậy (g.c.g)(hai cạnh tương ứng).

Vì nên .

Lại có ;.

c) Xét và  có

(Tính chất tia phân giác)

chung

 (docân tại )

Vậy (c.g.c)

(hai cạnh tương ứng) và (hai góc tương ứng) (1)

Xét và có





chung

Vậy (c.g.c)(hai cạnh tương ứng).

Xét và có:

(chứng minh trên)

 (chứng minh trên)

 (do)

Vậy (c.c.c)(hai góc tương ứng) (2)

Từ (1) và (2) suy ra  (hai góc kề bù bằng nhau)

  là đường thẳng cố định

Mà đường phân giác góc  cố định vì thế điểm  là điểm cố định.

**Câu 6.** ***(0.75 điểm)***

Cho tam giác  cân tại . Trên cạnh  lấy điểm , trên cạnh  lấy điểm  sao cho . Chứng minh .

**Lời giải**

****

Trên tia đối của tia lấy điểm sao cho 

 (1)

Ta có (do hai góc kề bù với hai góc tương ứng bằng nhau)

Xét và có:

 (Theo cách dựng)



(do )

Vậy (c.g.c)(hai cạnh tương ứng) (2).

Xét có  (bất đẳng thức tam giác) (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra .

**🙢 HẾT 🙠**